

京大 2013 入試物理問題 II (電磁気学)

物理問題 II

次の文章を読んで、 に適した式か値を、それぞれの解答欄に記入せよ。

問 1, 問 2 については、指示にしたがって、解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

なお、以下の設問では極板等はすべて真空中にあり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。コンデンサーの極板は極板間距離に比べて十分大きく、極板端での電場の乱れは無視できる。導線や導体の抵抗は無視できるものとし、導線はしなやかで軽く、質量が無視できるとともに、極板の動きに影響を与えないものとする。また、重力加速度を g とする。

- (1) 図 1 のように、極板①と極板②からなる平行板コンデンサーがある。極板①は固定されており、極板②は左右に滑らかに動かすことができる。コンデンサーの極板の面積を S とし、極板①には電荷 $-q$ が、極板②には電荷 $+q$ が蓄えられているものとする ($q > 0$)。

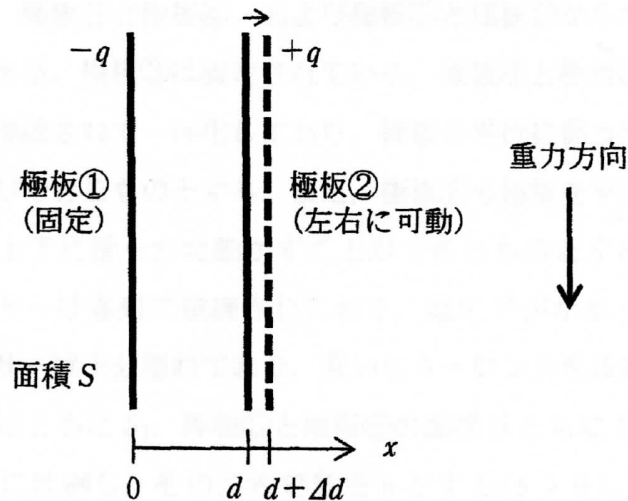


図 1

極板①に垂直で極板②に向かう方向を x 軸とし、極板①の位置を $x=0$ 、極板②の位置を $x=d$ とする ($d > 0$)。このとき、コンデンサーに蓄えられているエネルギー W は I である。ここで、極板②を平行に保ったまま微小距離 Δd だけ極板①と反対方向に動かしたあとにコンデンサーに蓄えられているエネ

ルギー W は である。このエネルギーの変化 $\Delta W = W' - W$ は、極板①と極板②が引き合う力に逆らって動かしたために生じたものである。そこで、このエネルギーの変化から極板②に働く力 $F = \frac{\Delta W}{\Delta d}$ の大きさを求めると、 となる。

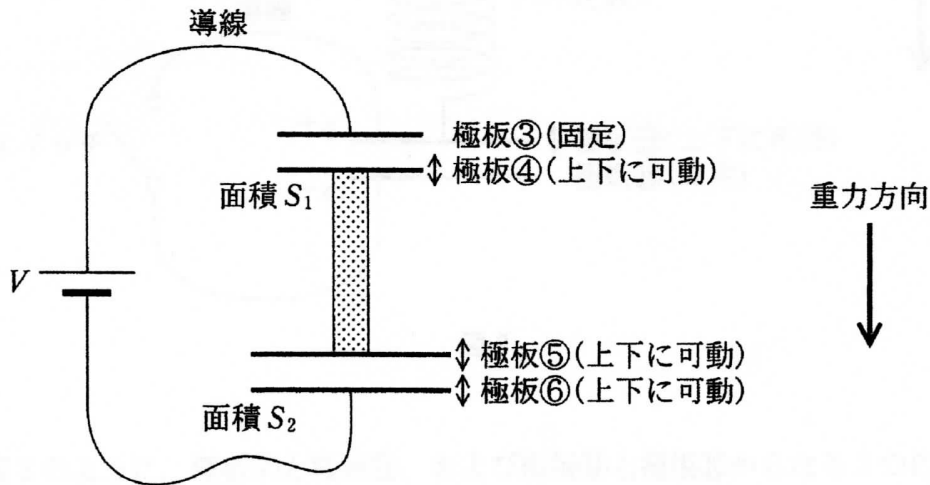


図 2

(2) 図 2 のように、極板③と極板④、および極板⑤と極板⑥からなる 2 つの平行板コンデンサーがある。極板③は固定されている。極板④と極板⑤は質量が無視できる導体の棒で接続されて一体化しており、極板を平行に保ったまま上下に滑らかに動かすことができるものとする。また、極板⑥も極板を平行に保ったまま他の極板と独立に上下に滑らかに動かすことができるものとする。図 2 のように 2 つのコンデンサーは直列に接続されており、電圧 V がかかっている。これら 2 つのコンデンサーは十分離れており、互いにクーロン力を及ぼさない。極板③と極板④の面積はともに S_1 、極板⑤と極板⑥の面積はともに S_2 、それぞれの極板の質量は面積に比例し、その比例定数を p とする ($p > 0$)。2 つのコンデンサーの極板間距離をともに d とする。このとき、極板③と極板④が引き合う力の大きさは である。

いま、極板が引き合う力と重力が釣り合うように電圧 V を調整すると、2 つのコンデンサーの極板間距離がともに d となった状態で静止した。このとき、極板の面積 S_1 は S_2 の 倍であり、電圧 V は、極板の面積 S_1 、 S_2 を用いることなく と表すことができる。

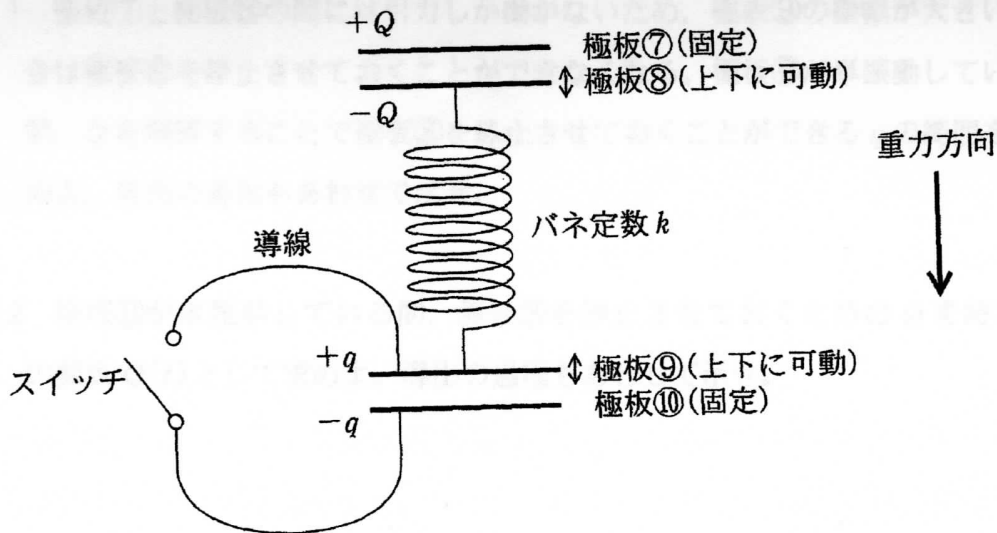


図 3

(3) 図 3 のように、極板⑦と極板⑧、および極板⑨と極板⑩からなる 2 つの平行板コンデンサーがある。極板⑦と極板⑩は固定されている。極板⑧と極板⑨は質量が無視できる絶縁体のバネで接続されており、極板を平行に保ったまま上下に滑らかに動かすことができるものとする。このバネのバネ定数は k である。2 つのコンデンサーは十分離れており、互いにクーロン力を及ぼさない。すべての極板の面積は S であり、質量を pS とする ($p > 0$)。

いま、極板⑦、極板⑧にはそれぞれ $+Q$ 、 $-Q$ の電荷が帯電しており、極板⑨、極板⑩にはそれぞれ $+q$ 、 $-q$ の電荷が帯電しているものとする ($Q > 0$ 、 $q > 0$)。図中のスイッチは開いており、極板が引き合う力、重力、バネの力が釣り合ってすべての極板は静止している。また、2 つのコンデンサーの極板間距離をともに d とする。このときのバネの自然長からの伸びは、 Q を使わずに表すと ト である。

次に、時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じると同時に、極板⑧が静止したまま極板⑨が単振動を始めるように q の値を選ぶとともに Q を時刻 t に応じて適切に制御した。この単振動の中心は極板⑨の最初の位置から チ だけ上方にあり、その振幅は リ である。また、振動の周期 T は ヌ である。

問 1 極板⑦と極板⑧の間には引力しか働かないため、極板⑨の振幅が大きい場合は極板⑧を静止させておくことができなくなる。極板⑨が単振動している間、 Q を制御することで極板⑧を静止させておくことができる q の範囲を求めよ。導出の過程もあわせて示せ。

問 2 極板⑨が単振動している間、極板⑧を静止させておくための Q を時刻 t の関数 $Q(t)$ として求めよ。導出の過程もあわせて示せ。